TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
BỘ MÔN TOÁN

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN 1 NĂM HỌC 2019 – 2020
Ngày thi: 25/12/2019 – Ca thi: 9h45
Đề 02

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>1 (1đ)</td><td>
Miền xác định: $x \in [-1,1]$.

$\sin\left(2\sin^{-1}x\right)+\cos\left(2\sin^{-1}x\right)-1=0 \Leftrightarrow 2\sin\left(\sin^{-1}x\right)\cos\left(\sin^{-1}x\right)+1-2\left[\sin\left(\sin^{-1}x\right)\right]^2-1=0.$

$\Leftrightarrow 2x\left(\sqrt{1-x^2}-x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{1-x^2}=x,\ x>0. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}. \end{array}\right.$
</td><td>0.5

0.25+0.25</td></tr>
<tr><td>2a
(1.5đ)</td><td>
$\mathrm{D}_f=[0,+\infty)$; f là hàm sơ cấp xác định trên $\mathrm{D}=[0,+\infty)\setminus\{1\}$ nên liên tục; $f(1)=m$;

$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{e^{(x-1)^2}-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to1}\frac{2(x-1)e^{(x-1)^2}}{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}=0.$

Hàm số f liên tục trên $[0,+\infty) \Leftrightarrow f$ liên tục tại $1 \Leftrightarrow \displaystyle\lim_{x\to1}f(x)=f(1) \Leftrightarrow m=0.$
</td><td>0.5

0.5

0.5</td></tr>
<tr><td>2b
(1đ)</td><td>
Với $m=0$, $f(1)=0$.

$f'(1)=\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\dfrac{e^{(x-1)^2}-1}{\sqrt{x}-1}-0}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{e^{(x-1)^2}-1}{(x-1)^2}\left(\sqrt{x}+1\right)=2.$

Vậy hàm số f khả vi tại 1 và $f'(1)=2$.
</td><td>0.25

0.5

0.25</td></tr>
<tr><td>3
(1đ)</td><td>
Đạo hàm hai vế phương trình đã cho theo x:

$2xy+x^2\dfrac{dy}{dx}+3y^2\dfrac{dy}{dx}-5y-5x\dfrac{dy}{dx}=0 \Leftrightarrow \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{5y-2xy}{x^2+3y^2-5x}.$

Hệ số góc tiếp tuyến của đường cong tại $P(1,2)$: $\dfrac{dy}{dx}(x=1, \mathrm{y}=2)=\dfrac{3}{4}.$

Tiếp tuyến của đường cong tại $P(1,2)$ có phương trình $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}.$
</td><td>0.5
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>4
(1.5đ)</td><td>
$D=(-\infty,4]$, $g'(x)=1-\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}=\dfrac{2\sqrt{4-x}-1}{2\sqrt{4-x}}$; $g'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{15}{4}$. Số tới hạn: $x=\dfrac{15}{4}, x=4.$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & \frac{15}{4} & & 4 \\ \hline g' & & + & 0 & - & \Vert \\ \hline g & & & \frac{17}{4} & & \\ & & \nearrow & & \searrow & 4 \\ & -\infty & & & & \end{array}$$
</td><td>0.5+0.25

0.5</td></tr>
</table>

	Vậy hàm số đạt cực đại tương đối tại $\left(\frac{15}{4}, \frac{17}{4}\right)$.	0.25
5 (1đ)	Gọi x, y lần lượt là khoảng cách từ vị trí A đến người đi xe đạp và quả bóng; z là khoảng cách giữa người và quả bóng. Ta có x, y, z là hàm khả vi theo t và $x^2 + y^2 = z^2$. $\frac{dz}{dt} = \frac{x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt}}{z}$, trong đó: $\frac{dx}{dt} = 12, \frac{dy}{dt} = 3.$ Chọn $t = 0$ là thời điểm thả quả bóng, sau 5 giây: $x = 12 \times 5 = 60$, $y = 3 \times 5 = 15$, $z = 15\sqrt{17}$. Vậy tốc độ thay đổi khoảng cách giữa người và quả bóng là $\frac{dz}{dt} = \frac{60 \times 12 + 15 \times 3}{15\sqrt{17}} = 3\sqrt{17}\ ft/s.$	0.25 0.25 0.25 0.25
6 (1đ)	Đưa pt ban đầu về dạng tách biến: $\frac{\text{cosy dy}}{(3 + \sin y)^2} = xe^{1+x^2}dx.$ Lấy tích phân hai vế phương trình trên: $\frac{-1}{3 + \sin y} = \frac{e^{1+x^2}}{2} + C.$ Vậy nghiệm tổng quát của phương trình vi phân: $\frac{-1}{3 + \sin y} = \frac{e^{1+x^2}}{2} + C.$	0.25 0.25+0.25 0.25
7 (1đ)	Tổng quãng đường vật đi được trong khoảng $[1,5]$ xác định bởi công thức $S = \int_1^5 \lvert t^2 - 2t - 3 \rvert dt = \int_1^3 -(t^2 - 2t - 3)dt + \int_3^5 (t^2 - 2t - 3)dt$ $S = \frac{16}{3} + \frac{32}{3} = 16$ (đvđd).	0.5 0.5
8 (1đ)	Đặt $t = 2x + 1, \frac{\text{dt}}{dx} = 2$ khi đó $G(x) = F'(x) = \frac{d}{dx}\left(\int_0^{2x+1} (3u - 1)e^u du\right) = \frac{d}{dt}\left(\int_0^t (3u - 1)e^u du\right)\frac{dt}{dx} = 2(6x + 2)e^{2x+1} = (12x + 4)e^{2x+1}.$ $G'(x) = (24x + 20)e^{2x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{6}$: hàm số tăng trên $[-\frac{5}{6}, +\infty)$ $G'(x) = (24x + 20)e^{2x+1} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -\frac{5}{6}$: hàm số giảm trên $(-\infty, -\frac{5}{6}]$.	0.5 0.25 0.25

Hết